



Name: \_\_\_\_\_

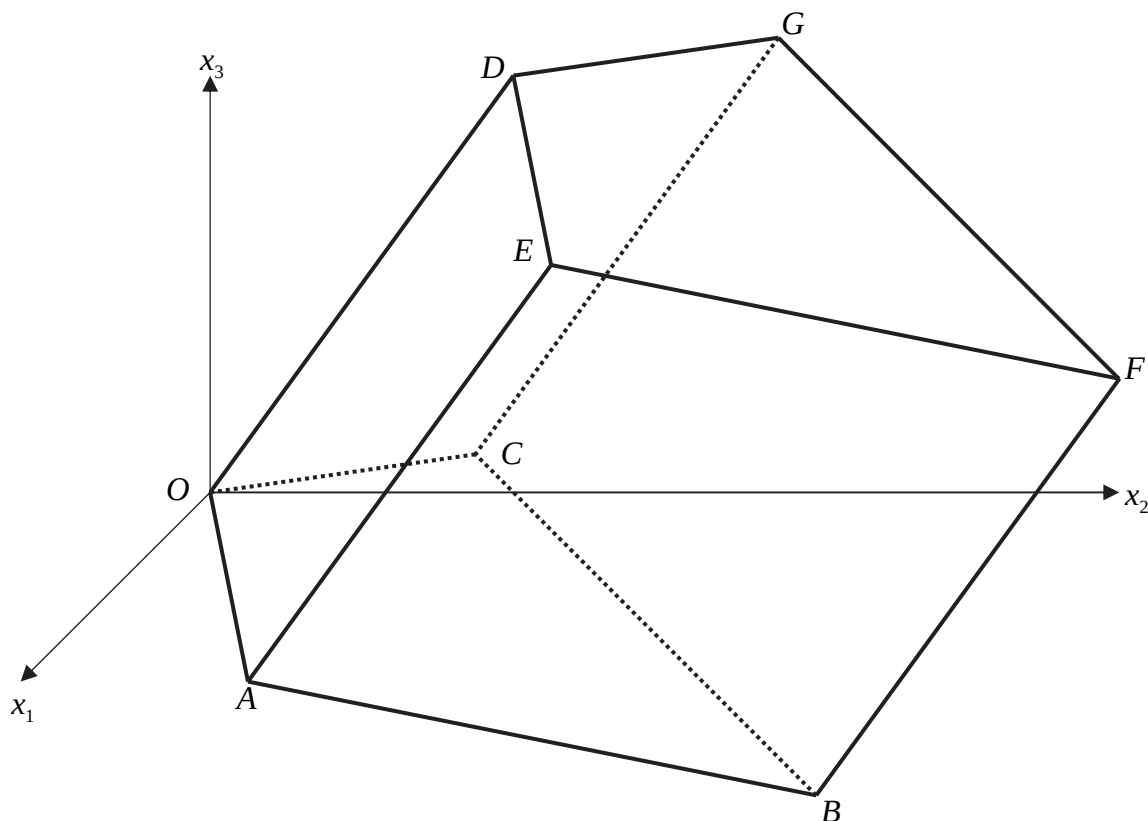
## Abiturprüfung 2017

### Mathematik, Grundkurs

### Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

#### Aufgabenstellung:

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte  $O(0|0|0)$ ,  $A(6|4|-2)$ ,  $B(0|16|-8)$ ,  $C(-6|4|-2)$  und  $D(0|8|11)$  Eckpunkte eines **schiefen** Prismas<sup>1</sup>  $OABCDEFG$  mit viereckiger Grundfläche  $OABC$  (siehe Abbildung).



Abbildung

<sup>1</sup> Ein Prisma besitzt eine Grundfläche und eine dazu parallele deckungsgleiche Deckfläche. Die Seitenflächen sind Parallelogramme. Bei einem schiefen Prisma stehen die Seitenkanten **nicht** senkrecht auf der Grundfläche. Das Volumen ist das Produkt aus der Grundfläche und der Höhe, die senkrecht auf der Grundfläche steht.



Name: \_\_\_\_\_

- a) (1) Stellen Sie eine Parameterform der Geraden  $g$  auf, die die Punkte  $O$  und  $D$  enthält.  
(2) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte  $F$  und  $G$ .

(2 + 4 Punkte)

- b) (1) Stellen Sie eine Parametergleichung der Ebene  $H$  auf, die die Punkte  $O$ ,  $A$  und  $B$  enthält.

[Mögliche Parametergleichung:  $H: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} (r, s \in \mathbb{R})$ ]

- (2) Zeigen Sie, dass der Punkt  $D$  auf der Geraden  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$ , liegt.

Die Gerade  $h$  schneidet die Ebene  $H$  senkrecht.

- (3) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $S$  der Geraden  $h$  und der Ebene  $H$  und die Länge der Strecke  $\overline{DS}$ .

[Zur Kontrolle:  $|\overline{DS}| = \sqrt{180}$ ]

(3 + 3 + 6 Punkte)

- c) (1) Zeigen Sie, dass die Diagonalen  $\overline{AC}$  und  $\overline{OB}$  des Vierecks  $OABC$  zueinander senkrecht sind und sich im Mittelpunkt  $T$  von  $\overline{AC}$  schneiden.

[Zur Kontrolle:  $T(0 | 4 | -2)$ ]

Nach Aufgabe c) (1) ist das Viereck  $OABC$  ein Drachenviereck.

- (2) Bestimmen Sie das Volumen des Prismas  $OABCDEFG$ .

(7 + 4 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

d) Die Punkte  $O$ ,  $B$ ,  $F$  und  $D$  liegen in der Ebene  $K$ .

*Begründen Sie, dass diese Ebene das Prisma in zwei volumengleiche Teile zerlegt.*

(4 Punkte)

e) Der Punkt  $B$  wird auf der Strecke  $\overline{BO}$  zum Punkt  $B' \neq O$  so verschoben, dass alle Seiten des Vierecks  $OAB'C$  gleich lang sind.

(1) *Ermitteln Sie die Koordinaten von  $B'$ .*

(2) *Begründen Sie, dass das Viereck  $OAB'C$  kein Quadrat ist.*

(4 + 3 Punkte)

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- GTR (Graphikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung